

Estadística (19 clases)

4 partes:

- Probabilidad.
- Variable aleatoria.
- Descriptiva.
- Inferencia Estadística.

Evaluación

- Presencial (3 p.)
 - Test Teoría: 0.2 / 0.3 / 0.5 / 0.6⁽¹⁾ ⁽³⁾ ⁽³⁾ ⁽¹⁾
 - Test Jamovi: 0.4 (2)
 - Oral: 1 p.
- Examen Final (6 p.)
 - Teoría: 2 p.
 - Problema: 4 p.
- No Presencial (1 p.)
 - Teoría: 0's
 - Jamovi: 0's

• INTRODUCCIÓN

- Fenómeno Determinista (siempre igual) Eji: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$
- Fenómeno Aleatorio

• CONCEPTOS BÁSICOS

- Espacio Muestral (Ω): Conjunto todos posibles resultados de un experimento aleatorio.

- Suceso ($A \subset \Omega$): Subconjunto del espacio muestral.

- Simple
- Compuesto
- Impropio
 - Seguro (Ω)
 - Imposible ($\emptyset$)

- Relación entre Sucesos

- Inclusión ($A \subset B$)
- Igualdad ($A = B$)

- Operaciones con Sucesos

- Unión ($A \cup B$)
- Intersección ($A \cap B$)
 - Sucesos incompatibles ($A \cap B = \emptyset$)
- Complementación (A^c)
- Diferencia entre sucesos ($A - B = A \cap B^c$)

- Leyes de Morgan

- $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

- Elementos Neutros

- $A \cup \emptyset = A$
- $A \cap \Omega = A$

• Álgebra De Boole

Álgebra = conjunto de elementos

- Estructura de Álgebra $\rightarrow$ Dado un conjunto C , tiene esta estructura una clase de subconjuntos cerrados para la unión y la complementación

$$A, B \in C \Rightarrow A \cup B \in C$$

$$A \in C \Rightarrow A^c \in C$$

- Álgebra de Sucesos ($\mathcal{A}$)

Conjunto formado por todos los subconjuntos de Ω , incluyendo suceso seguro e imposible.

• Suceso aleatorio. $A \in \mathcal{A}$

- Extensión del Álgebra ($\cup \infty$)

$$A_i, i = 1, \dots, \infty \in C \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in C$$

- Espacio Probabilizable ($\Omega, \mathcal{A}$)

Se pretende definir una función que nos indique una medida de la certeza o incertidumbre en la ocurrencia de los sucesos aleatorios

• DEFINICIÓN FRECUENTISTA DE PROBABILIDAD

- Frecuencia Relativa $\rightarrow f_r(A) = \frac{n_A}{n}$

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_r(A)$$

• Propiedades

- $f_r(\Omega) = 1$

- $0 \leq f_r(A) \leq 1$

- $f_r(A \cup B) = f_r(A) + f_r(B)$ si $A \cap B = \emptyset$ ~~$\emptyset$~~

• DEFINICIÓN LAPLACE DE PROBABILIDAD

Dados $A_1, \dots, A_m$ tales que $A_i \cap A_j = \emptyset$ y $\bigcup_{i=1}^m A_i = \Omega$ y tengan las mismas posibilidades:

$$P(A) = \frac{n_A}{m} = \frac{\text{casos Favorables}}{\text{casos posibles}}$$

• DEFINICIÓN AXIOMÁTICA DE PROBABILIDAD

Sea: $P: \mathcal{A} \rightarrow [0, 1]$ tal que: $A \mapsto P(A)$

- Axiomas de Kolmogórov

• $P(\Omega) = 1$

• $P(A) \geq 0$

• $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ si $A \cap B = \emptyset$

P $\rightarrow$ Función de probabilidad

$(\Omega, \mathcal{A}, P)$ $\rightarrow$ Espacio de probabilidad

Consecuencias Axiomas

- Si $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

- $P(A) \leq 1$

- $P(A^c) = 1 - P(A)$

Ley Aditiva de Probabilidades

- $P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$ si $A_i \cap A_j = \emptyset$; $i \neq j$

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- $P(A \cup B \cup C) = [P(A) + P(B) + P(C)] - [P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C)] + P(A \cap B \cap C)$

Suma de las probabilidades impares.

Resta de las probabilidades pares.

- $P\left(\bigcup_i A_i\right) \leq \sum P(A_i)$ Bonferroni

HERRAMIENTAS

- Combinatoria

Persigue determinar el nº de subconjuntos distintos de n elementos que pueden formarse a partir de un conjunto de m elementos

		<u>Repeticiones</u>	
		SIN	CON
<u>Influye el orden</u>	SI	$V_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$ $P_m = V_{m,m} = m!$	$VR_m^n = m^n$ $PR_{m_1, m_2, \dots, m_k} = \frac{m!}{a! b! k!}$
	NO	$C_m^n = \binom{m}{n} = \frac{m!}{n! (m-n)!}$	$CR_{m,n} = \frac{(m+n-1)!}{n! (m-1)!}$
		Test	Dominió

12
X
21

• PROBABILIDAD CONDICIONADA

- Determinación concreta del espacio muestral

- Frecuencia Relativa Condicionada

$$f_r(A/B) = \frac{n_{A \cap B}}{n_B} = \frac{F_r(A \cap B)}{F_r(B)} \quad \text{si } F_r(B) \neq 0$$

- Probabilidad Condicionada

Restricción espacio muestral

$$\Omega \Rightarrow \Omega/B = \Omega' \rightarrow P: \mathcal{A} \rightarrow [0,1] \Rightarrow P': \mathcal{A}_{\Omega'} \rightarrow [0,1]$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad ; \quad P(B) > 0$$

- Independencia Estocástica (elemental)

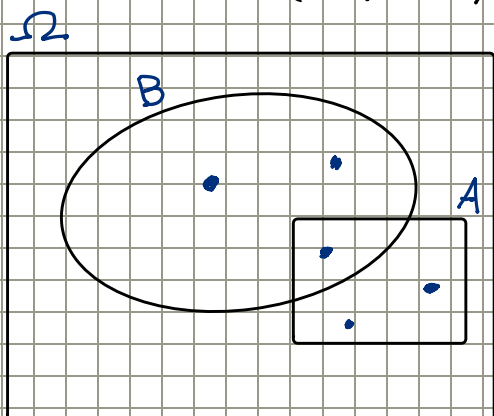
$$A : B \iff P(A) = P(A/B)$$

$$A : B \iff P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

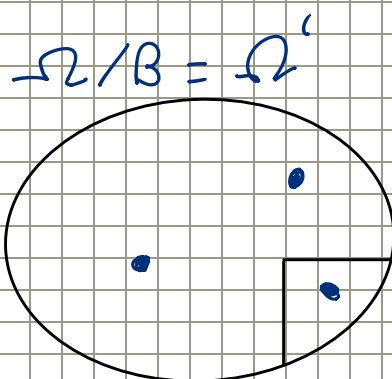
$$A : B \iff B : A$$

• Dados $A_i \in \mathcal{A}$, $i=1, \dots, n$ los A_i son independientes si y solo si:

$$P(A_1, \dots, A_n) = P(A_1) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$



$$P(A) = 3/5$$



$$P(A/B) = 1/3$$

• TEOREMA PROB. TOTAL (DE LA PARTICIÓN)

Dados $A_i \in \mathcal{A}$ $i=1, \dots, n$ tales que:

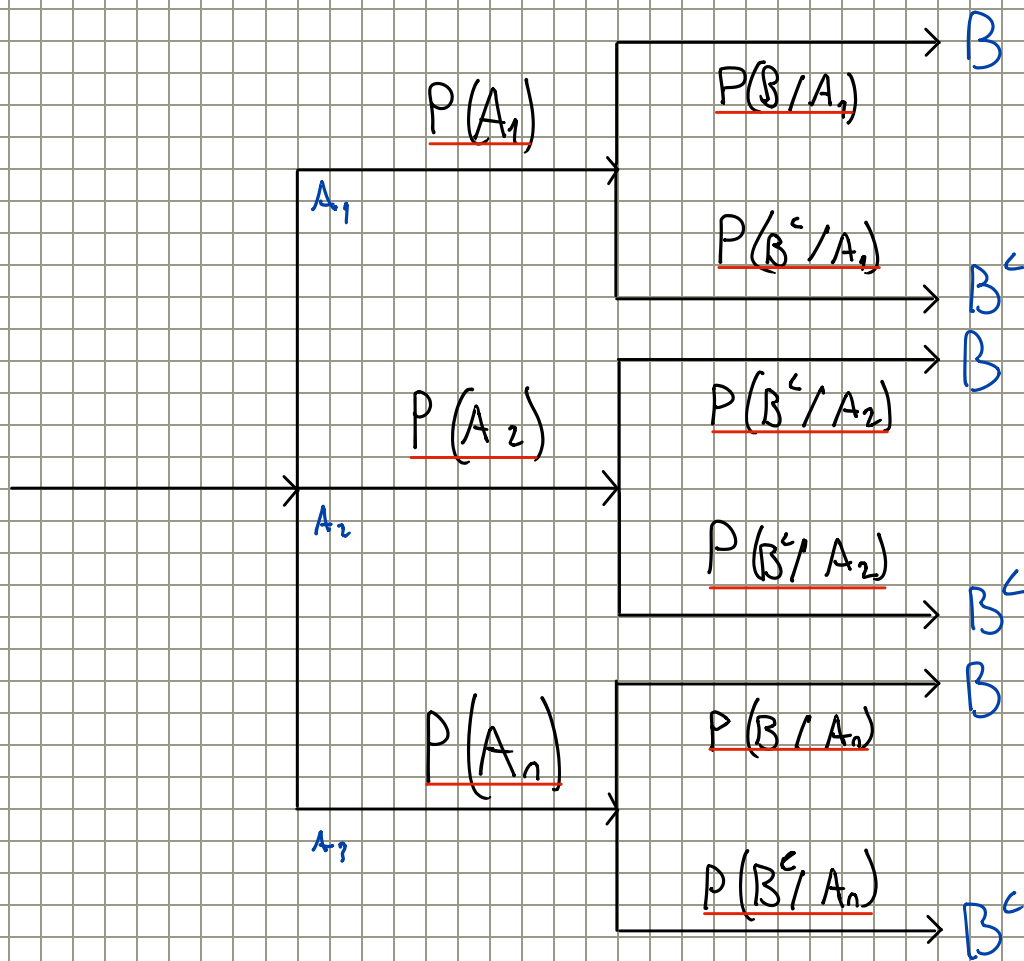
- $\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$

- $A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i, j = 1, \dots, n \mid i \neq j$

- $P(A_i) > 0, \quad i=1, \dots, n$

Sea $B \in \mathcal{A}$ otro suceso cualesquiera, entonces:

- $P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B/A_i)$



• TEOREMA DE BAYES

Dados $A_i \in \mathcal{A}$ $i=1, \dots, n$ tales que:

$$P(A_j/B) = \frac{P(A_j) \cdot P(B/A_j)}{P(B)}$$

—————> Teorema Prob. Total

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B/A_i)$$

• $P(A_j/B)$ —> Prob. a posteriori

• $P(A_i)$ —> Prob a priori

• $P(B/A_j)$ —> Verosimilitudes